دار المنظومة
DAR ALMANDUMAH
الرواد في قواعد المعلومات العربية

العنوان:	مفهوم العدد من منظور نقدي ترنسندنتالي
المصدر:	مجلة القراءة والمعرفة
الناشر:	جامعة عين شمس - كلية التربية - الجمعية المصرية للقراءة والمعرفة
المؤلف الرئيسي:	عبدالحافظ، إنجي حمدي
مؤلفين آخرين:	إسماعيل، إسماعيل قدرية(مشرف)
المجلد/العدد:	ع 129
محكمة:	نعم
التاريخ الميلادي:	2012
الشهر:	يوليو
الصفحات:	66 - 104
رقم MD:	138460
نوع المحتوى:	بحوث ومقالات
قواعد المعلومات:	EduSearch
مواضيع:	نظريات علم النفس، الفلسفة، مفاهيم العدد، نظرية ارنست كسير المنطقية، المنظور النقدي الترنسندنتالي، نظريات المنطق، نظرية الاعداد، علم الرياضيات
رابط:	http://search.mandumah.com/Record/138460

© 2021 دار المنظومة. جميع الحقوق محفوظة.
هذه المادة متاحة بناء على الإتفاق الموقع مع أصحاب حقوق النشر، علما أن جميع حقوق النشر محفوظة. يمكنك تحميل أو طباعة هذه المادة للاستخدام الشخصي فقط، ويمنع النسخ أو التحويل أو النشر عبر أي وسيلة (مثل مواقع الانترنت أو البريد الالكتروني) دون تصريح خطي من أصحاب حقوق النشر أو دار المنظومة.

(مفهوم "العدد" من منظور نقدي ترنسندنتالي)

إعداد

المدرس المساعد/ انجي حمدي عبد الحافظ

قسم الفلسفة والاجتماع

كلية التربية – جامعة عين شمس

إشراف

أ.د.قدرية إسماعيل إسماعيل

تمهيد

يدور هذا البحث حول دراسة موضوع (مفهوم "العدد" من منظور نقدي ترنسندنتالي)، وذلك من خلال تطبيق نظرية ارنست كسير المنطقية في تكوين المفهوم العلمي – بما هو مفهوم علاقة – على مفهوم العدد. ويندرج تحت هذا الموضوع عدد من القضايا الفرعية هي:

- إيضاح المقصود بالمنظور النقدي الترنسندنتالي، نشأته، وظيفته وإمكان تناول مفهوم العدد من خلاله.
- نظرية كسيرر المنطقية في تكوين "المفهوم".
- العدد – بما هو مفهوم علاقة ترتيب-.

1- المنظور النقدي الترنسندنتالي

يطلق هذا الاسم على منظور عقلي، أو منهج تفلسف جديد توصل إليه كانط أثناء بحثه عن المفهوم الحقيقي لموضوع المعرفة ايا ما كان، وما ينطوي عليه هذا المفهوم. فإذا كانت كل ميتافيزيقا سابقة على كانط قد بدأت بالتساؤل حول ماذا يكون الموضوع؟ فإن كانط قد عنى بالبحث في فعل المعرفة الذي يتكون فيه موضوع المعرفة وهو ما يعرف بالبحث الترنسندنتالي.

وقد عرف كانط مصطلح "ترنسندنتالي Transcendantal قائلا: "اسمى كل معرفة "ترنسندنتالية" حيث لا تكون بعامة معنية بالموضوعات بل بحال، (نحو) معرفتنا بالموضوعات بقدر ما يجب أن يكون هذا ممكنا قبليا."[1] وبالتالي يمكن تعريف المنهج الترنسندنتالي بأنه "أسلوب تفكير وظيفته البحث في جملة أنحاء أو أحوال المعرفة التي تنتمي إلى المعالم الأساسية لفعل الحكم لدينا. وتتطلب هذه الجملة توحيدا وتقسيما

واعترافا بعملها الخاص بها. وهو يقول أيضا "ما يمكن له وحده أن يعنون "ترنسندنتالي" لهو المعرفة بأن هذه التمثلات ليست ذات أصل تجريبي، والإمكان بأنها يمكن مع هذا أن ترتبط قبليا بموضوعات الخبرة"[2] وبعبارة أخرى، فإن المهمة التي يقوم بها هذا المنهج هي أن يبين لنا كيف يتوقف إمكان كل معرفة على شروط قبلية مُكونة، هي بمثابة مفاهيم ترنسندنتالية بالمعنى الدقيق ينشئها العقل وتحكم عملية تشييد المعرفة.

ويمكن أن نفهم – بأي معنى من منظور التأمل الترنسندنتالي – أن تنسب سمة الذاتية، إلى مفاهيم المكان والزمان، المقدار والعدد، بحيث يمكن تناول مثل هذه المفاهيم من خلال هذا المنظور. والذاتية هنا لا تعني شيئا سوى ما تشتمل عليه "الثورة الكوبرنيقية" فهي لا تشير إلى الموضوع بل تدل على شرعية خصوصية تتعلق بالمعرفة يكون من الضروري أن يرد إليها شكل محدد من الموضوعية. فعلى سبيل المثال لا الحصر، فإن سمة الذاتية التي أضفاها كانط على المكان، لا يعني انه يجب بالضرورة تحديد ماهية المكان من خلال تحليل التمثل المكاني بواسطة إظهار اللحظات النفسانية الجزئية التي تلتصق به. بل بالأحرى، الإقرار بان رؤية هذه الماهية تنتج من رؤية طبيعة المعرفة الهندسية وتظل معتمدة عليها. وحين يتساءل كانط – حول ما يجب أن يكون عليه المكان بحيث يكون لدينا معرفة ممكنة عنه، فإنه يقر بأن تلك المعرفة يجب أن تكون كلية وعينية، يقينية، على نحو مشروط وحدسية على نحو خالص. وبالتالي فان الذاتية الوحيدة – هنا – تتعلق بدراسة طبيعة الوظيفة المعرفية بحيث تتحدد طبيعة الموضوع بواسطتها. فلم يعد ممكنا – على حد قول كانط – أن نخلط بين ذاتية العقل وبين ذاتية العفوية أو التنظيم النفساني لدينا – ذلك لأن الذاتية الأولى – بالمعنى الترنسندنتالي يجب أن تُفترض وتُضمن حتى عندما نكون بصدد التخلص من الذاتية الثانية.

ويشير إقرار كانط بأن الميتافيزيقا – بما هي علم حدود العقل الإنساني – لا تتعامل مع موضوعات، بل معارف، إلى التفرقة بين معنيين للذاتية على نحو حاسم. فالذاتية التي تنسب إلى الميتافيزيقا يتم تعريفها بدقة: فهي ليست بذاتية الطبيعة البشرية، كما فهمت – لدى – (لوك John Locke 1632 – 1704) و(هيوم-1711 David Hume 1776)، بل هي الذاتية كما هي عليه في "منهج التشييد الهندسي"، و"خط سير العد" في الحساب، وفي الملاحظة التجريبية والقياس أو في القيام بتجارب فيزيقية فالهندسة مثلا ينظر إليها على نحو موضوعي عندما ترى من خلال محتواها النظري – بوصفه – حاصل جمع قضايا تدور حول أشكال وعلاقات مكانيه – كما ينظر إليها على نحو ذاتي حين نتساءل حول مبادئ تشييدها، بديهياتها الرئيسية، التي لا تكون صحيحة – فقط – بالنسبة لهذا أو ذاك الشكل، بل صحيحة بالنسبة لكل إنشاء مكاني بما هو كذلك – بدلا من التساؤل حول نتائجها.

وإن كان كانط قد قصد إلى تناول الأشكال المتنوعة من الموضوعية، فإنه أدرك أن (كل شكل موضوعي) يكون قابلا لأن يفهم فقط من خلال تأمل الأخير بواسطة شكل خاص من أشكال المعرفة. فالمادة الخام التي ترتبط بالموضوع تكون – دوما – مادة سابقة التشكيل بنهج ما. وهكذا فإن هدف التحليل الترنسندنتالي هو الكشف عن الطريقة التي بها يكون الواقع مرئيا عير الهندسة أو الفيزياء الرياضية، أي موضوع تفكير من جانب الذهن. وليس بمقدور التحليل الترنسندنتالي أن يجيب على تساؤل يدور حول ما يكون عليه الواقع في ذاته إستقلالا عن كل ارتباط بطرق الفهم الخاصة بالذهن ذلك لأن الفلسفة – وفقاً لهذا التساؤل – سوف تضل الطريق وتظل في فراغ التجريد، وبالتالي تفقد كل أساس راسخ.

وكانط كان يرى دوما أن الأمر الأكثر جدوى في إيضاح عمل الذهن يتعلق

بمنهج البحث في الرياضيات حيث يعد الوسيلة الوحيدة التي – بمقتضاها – نفهم كيف يرتبط كل شيء مكاني خاص وكل عملية عد جزئية أو قياس بشروط كلية أصلية، لا يمكن التحرر منها. فكل قضية هندسية أو برهان هندسي ينشأ من حدث عيني فردي. بيد أن برهاناً – كهذا – لا يدور حول فرد بل بالأحرى، يتحول من الفردي إلى حكم يتعلق بجملة – لا متناهية من الأشكال. فإقرار خاصة معينة لا يتعلق بهذا الشكل الهندسي (مثلث) أو ذاك (دائرة) بل المثلث، أو الدائرة بعامة. ومن ثم فقد تساءل كانط: ما الذي يبرر الانتقال – هنا – من الشيء الفردي وهو كل ما يمكن أن يعطي – لنا – في تمثل حسي إلى جملة من الحالات الممكنة، والتي – من حيث هي لا متناهية لا تكون قابلة لأن تفهم في أي تمثل تجريبي؟ ما الذي يجعل إقرارا بصحة محتوى جزئي محدد حكما صحيحا بالنسبة إلى محتوى لا متناهي؟ وتنحصر الإجابة عن هذه التساؤلات في القيام بفحص طبيعة منهج الهندسة العلمية كما يمارس بالفعل. وكان كانط يرى أن التساؤل حول شرعية الاستدلال مما يعطى لنا على ما لم يعطى لنا بعد، لهو تساؤل غير ممكن ولا مطلوبا. ذلك لأن جملة من الأمثلة الهندسية الفردية لا توجد سابقة على – واستقلالا عن – "فعل التشييد"، بل تنشأ – فيه هو ذاته – فقط – وبالتالي فإن المفهوم الهندسي بوصفه مفهوماً مشيدا (منشأ) لا ينتج من حالات جزئية، بل يسبقها. ولذا يكون – إلى هذا المدى – صحيحا وقبليا ويرتبط بتلك الحالات الجزئية. ويعبر هذا التعين بوضوح عن علاقة توجد داخل ما يكون لدينا معرفة به.

فالتشييد الهندسي سابق على الشكل الهندسي الفردي لأن معنى الأخير يتأسس – فقط- في فعل التشييد، وتقوم الضرورة التي تنسب إلى الأحكام الهندسية على هذه الواقعة في الهندسة، لا توجد حالات – إستقلالا – عن القانون الذي يحكم إنشاءها، بل هي تنتج من الوعي بهذا القانون وتفعيلة. وليس الجزئي الفرضية المسبقة للكلي، بل نحن نفكر فيه – فقط – من خلال تحديد الكلي وتعينه. وبهذا

المعنى رأى كانط أن الهندسة والحساب يقدمان الدليل على صحة المبدأ الذي وضعه كمعيار كلي وحجر زاوية في منهجه الجديد ومفاده، "أننا نستطيع أن نعرف من الأشياء قبليا ما نضعه نحن أنفسنا فيها فقط"[3].

هذا وينظر إلى المنهج الترنسندنتالي على أنه منهج في التأليف القبلي أوضح كانط دلالة الأخير، حيث قام بالمقارنة بين منهج التشييد الرياضي من جهة وبين المفهوم التجريبي المعتاد عن التشكيل والمفهوم المنطقي الشكلي له. وقد خلص إلى نتيجة مفادها أنه لا يوجد حكم "جزئي" في ذاته لا يزعم ارتباطه بشكل كلي، ولا توجد قضية "تجريبية" لا تتضمن في ذاها إقرارا قبليا، لأن شكل الحكم – من حيث هو كذلك – يستلزم مطلب الصحة الكلية الموضوعية. وإذا كان الكل على مستوى حكم الخبرة أو العلاقة البعدية، يؤلف من عناصر فردية تعطي – لنا – وينقسم إلى أجزائه، فإن التأليف القبلي يكشف عن بنية مختلفة تماما. ذلك لأنه يبدأ بعلاقة بنائية تنشأ فيها وعبرها بالنسبة لنا، وبالتزامن وفرة من العناصر الجزئية التي تكون مشروطة بالشكل الكلي لهذه العلاقة. فالفهم يفكر في الإمكانات المتنوعة – على نحو مترابط – وفقا لقاعدة بنائية مفردة شاملة. وقد استخدم كانط مصطلح "الحدس الخالص" للتعبير عن هذا الشكل من العلاقة بين الجزء والكل. ومفاد هذا أن كل تأليف قبلي بالضرورة يشكل الحدس الخالص وهو إمكان أن يكون بذاته حدسا خالصا. أو يكون مرتبطا بصورة غير مباشرة بحدس كهذا ويتوقف عليه.

هذه الأفكار عن المنهج النقدي الترنسندنتالي التي وضعها كانط، سوف تطبق على مفهوم العدد، حيث تثار نفس القضايا – التي أثارها كانط – المتعلقة بالتعارض بين الذاتي والموضوعي، الكلي والجزئي، بالنسبة إلى مفهوم العدد. فهل "العدد" يعبر بالمعنى الذاتي عن الأشياء القابلة للعد؟ أو الخواص الفيزيقية فحسب؟ أم أنه مفهوم علاقة؟ أهو مجرد نسخ المعطى وإعادة إنتاجه أم ترتيبه وتحديده؟ وإذا كان العدد

مفهوماً منطقياً، فإلى أي فرع من فروع المنطق يمكن أن يندرج هذا المفهوم؟ وسوف يتم تناول هذه المسائل في سياق البحث.

2-نظرية كسيرر المنطقية في تكوين المفهوم

يطرح كسيرر رؤية منطقية ابستمولوجية ناقدة للمفهوم في المنطق الشكلي والمنطق التجريبي والنفسي. وقد نشأت تلك الرؤية عن دراساته في فلسفة الرياضيات. ذلك أنه صار من الضروري – مع محاولة فهم المعاني والأفكار الرئيسية في الرياضيات – أن يحلل – على نحو أكثر عمقاً – المفهوم ووظيفته وأن يرد إلى فرضياته المسبقة. فقد ثبت أن المنطق التقليدي في المفهوم بملامحه المعروفة غير مطابق لتوصيف المسائل التي نشأت عن بحث أسس الرياضيات، وصار من الواضح – على نحو متنامي – أن العلم الدقيق – الرياضيات – قد توصل إلى مسائل ليس لها مقابل دقيق في لغة المنطق الشكلي التقليدي. ذلك أن محتوى المعرفة الرياضية يشير إلى شكل رئيسي للمفهوم لم يعرف داخل المنطق ذاته. وقد أثبتت البحوث المتعلقة بمفاهيم السلسلة Series والحد Limit هذه النتيجة وأدت إلى القيام بتحليل جديد لمبادئ تكوين المفاهيم بعامة، ومفهوم العدد بخاصة.

قام كسيرر بإيضاح نظريته المنطقية في تكوين المفاهيم العلمية ومضى يحلل أشكال تكوين المفهوم في الأنظمة العلمية الخاصة: علم الحساب، الهندسة، الفيزياء، الكيمياء، البيولوجي والتاريخ. ولم يهدف من وراء ذلك إلى جمع أمثلة جزئية من العلوم من أجل دعم نظريته المنطقية في تكوين المفاهيم العلمية، بل، سعى إلى الكشف عن الرابطة الوحدوية الرئيسية التي تتوحد.

(بنى) – أنساق العلوم عن طريقها. وكان كسيرر واعياً بصعوبة القيام بعمل كهذا بيد أنه رأى قيمة تحليل بنى – أنساق العلوم من زاوية أن الباحث في العلوم

الدقيقة – فيلسوف العلم – ينتقل ن المسائل الخاصة إلى الاسس الفلسفية التي تقوم عليها تلك المسائل. وكان يرى أن المسألة المنطقية التي تتعلق بتكوين المفاهيم العلمية قد أحرزت تقدماً كبيراً، بفضل بحوثه في فلسفة العلم الدقيقة أياً كان الحكم الذي قد يصدره المرء عليها. ويكون من الممكن – فقط – إيضاح ماذا عسى أن يكون المفهوم وما هي وظيفته العامة؟، عن طريق تعقب هذه الوظيفة عبر مجالات البحث العلمي الأكثر تقدمًا.

وقد رأى كسيرر أن كل إصلاح للمنطق يجب أن يقوم – قبل لكل شيء – على المسألة الرئيسية التالية: إن كل نقد للمنطق الشكلي التقليدي يقوم في نقد المذهب العام في تكوين المفاهيم[4]. وقد قام بنقد منهج تكوين المفهوم عن أرسطو، وفي المذهب الحسي التجريبي لدى مل، ولدى أنصار التحليل السيكولوجي للمفهوم. قاصداً إلى بيان أن المفهوم العلمي على خلاف ذلك. وهذا التحليل للمفهوم العلمي – وفقا لوجهات النظر سالفة الذكر سوف ينعكس – أيضا – على تحليل "العدد" بوصفه مفهوما علميا.

ويقال أن الرأي الساذج عن العالم والذي يتأسس عليه الفهم المنطقي التقليدي للمفهوم ينطوي – داخل ذاته – على صعوبة. فمفاهيم الأنواع والفصائل يفترض أنها تنشأ – لدينا – عن طريق سيطرة ألوان التشابه في الأشياء على الاختلاف بينها. وبعبارة أخرى، فإن ألوان التشابه قادرة وحدها – على أن تطبع أنفسها على الذهن، على حين تعجز ألوان الاختلاف الفردية عن أن تحقق ثباتاً ودوامًا مماثلاً. ويصير التشابه في الأشياء – وفقاً لمنطق العلاقة – فاعلاً إذا فهم على أنه علاقة منشأة وحكم عليه من حيث هو كذلك. بيد أن الزعم بأن الآثار "التي لا نكون واعين بها" – والتي يتركها فينا إدراك حسي سابق – تكوين مماثلة انطباعاً جديداً، هو قول لا يلائم العملية المتضمنة – هنا – طالما أن العناصر لم يسلم بأنها متماثلة. فهذا الزعم

يتضمن التسليم بفعل "توحيد" باعتبار أنه أساس كل "تجريد". لقد نسب إلى الفكر – هنا – وظيفة متميزة وهي أنه يربط محتوى حاضر بمحتوى ماضي وأنه يفهم كلاهما باعتبار أنهما متكافئان. وليس لهذا التأليف – الذي يربط بين مضمونين منفصلين زمنياً ويجع بينهما – ملازم حسي مباشر في المضامين التي نقارن بينها.

ويترتب على هذا أن كل تكوين للمفاهيم يرتبط بشكل محدد لتكوين السلاسل[5]. فالمتعدد الحسي يفهم ويترتب على نحو مفاهيمي عندما لا تتالى أعضائه الواحد تلو الآخر بلا علاقة، بل حينما تتتابع أعضائه – بادئة من بداية محددة وفقاً لعلاقة رئيسية منشأة – على نحو ضروري. وتكون هوية هذه العلاقة المنشأة – والتي تظل هي نفسها خلال التغيرات في المضامين الجزئية – الشكل الخصوصي للمفهوم.

وتكوين المهمة الرئيسية لأي نظرية منطقية في المفهوم – في نظر كسيرر – أن توضح الوظائف الحملية المتنوعة – التي تطمس في ظل مفهوم التجريد – وأن تطور الأوجه الشكلية الخاصة بها. فنظرية التجريد تغفل تلك المهمة لانها تخلط الأشكال الجملية "التي يتوقف عليها كل تحدد Definiteness لمحتوى الإدراك بأجزاء من هذا المحتوى ذاته[6].

ولكي نتجنب نتيجة كتلك، فإن كسيرر يرى أنه يلزم اللجوء إلى الرياضيات التي بلغ فيها تحديد المفاهيم ووضوحها أعلى مستوى ممكن لها. في هذا الشأن، نجد أن المفهوم الرياضي يظهر ذاته متميزاً – على نحو أكثر حسماً – من المفهوم الأنطولوجي أو النفسي. وقد أضفى على العلاقة بين الرياضيات والانطولوجيا – في الجدال الذي نشأ حول الحدود بينها – تعبيراً ذا دلالة. نرى "لمبرت Lambert" يشير إلى أن الجدارة الحقيقية لمفاهيم الرياضيات لا تقوم في الزعم بأن هذه المفاهيم تلغى التحديد الخاصة بالحالات الجزئية، بل في القول بأنها تبقى عليها بكل دقة تماما فعندما يضع عالم الرياضيات صيغة أكثر عمومية، فهذا يعنى أنه يجب عليه – ليس

فقط – أن يحافظ على جميع الحالات الأكثر خصوصية، بل وأن يكون قادراً أيضاً على أن يستنبط تلك الحالات من الصيغة الكلية. وليس ثمة إمكان الاستنباط كهذا – في حالة المفاهيم العامة الأرسطية والمدرسية – طالما أن هذه المفاهيم – وفقاً للمنهج التقليدي في تكوينها – تنشأ عن طريق استبعاد الجزئي. ومن ثم، فإن إعادة إنتاج اللحظات الجزئية في المفهوم تستبعد. إن التجريد أمر يسير، على حين تظل مسألة تحديد الجزئي عن طريق الكلى هي المسألة الأكثر صعوبة. ففي التجريد تستبعد جميع الجزئيان بطريقة بحيث لا يكون في الإمكان استعادتها أو حصر التحولات التي قد طرأت عليها.

وتنطوي عبارة لمبرت السابقة على معنى ذي دلالة بالنسبة إلى إيضاح ماهية المفهوم العلمي ووظيفته. فالأخير يبدو على النقيض من المفهوم العام. وذلك لأن المفهوم الحقيقي لا يغفل الخصوصيات والجزئيات التي تندرج تحته، بل يجب أن يوضح لزوم وقوع هذه الجزئيات وأشكال الارتباط بينها. فما يقدمه المفهوم الأصيل هو قاعدة كلية لارتباط الجزئيات أنفسها. فمن الممكن أن ينتقل العالم الرياضي من صيغة رياضية عامة ذات شروط محددة إلى الأشكال الهندسية الدائرة، الشكل البيضاوي ...الخ، عن طريق فحص الضلع القائم فيها وجعله متنوعاً بواسطة سلسلة مقادير متصلة. فالمفهوم الأكثر عمومية يكشف ذاته – هنا – يقول كسيرر: "ويتضح لنا من جديد أن أسمة التي تميز المفهوم ليست شمول الحضور، بل صحة مبدأ الترتيب المتسلسل الكلية"[7] فالعالم – هنا – لا يعزل أي جزء مجرد – أيا كان – من المتعدد أمامه، بل يبدع علاقة محددة تسرى بين أعضاء هذا المتعدد، عن طريق التفكير فيها باعتبار أنها ترتبط فيما بينها بواسطة قانون شامل. ويتأسس التحديد الواضح للجزئي – على نحو أكثر وضوحاً – بقدر ما ترسخ علاقة الارتباط بين أعضاء المتعدد حسب قانون. فمثلاً، يمكن أن يفهم المكان ذي الأبعاد – الثلاثة – الاقليدي على نحو واضح فقط – عندما يصعد عالم الرياضيات إلى الأشكال الأعلى

من المكان في الهندسات الحديثة اللاأقليدية. وذلك لأن جملة بنية المكان الأقليدي تتكشف – بهذه الطريقة – على نحو متميز[8].

وجدير بالذكر أن الشروح الحديثة في المنطق قد أدركت التعارض بين شمول مجرد يتصف به المفهوم العام والشمول العيني الذي تتصف به الصيغة الرياضية. ينتمي الشمول المجرد إلى الجنس، وبقدر ما ينظر إليه في ذاته ولذاته، فإنه يستبعد جميع الفروق الخصوصية، على حين ينتمي الشمول العيني إلى الكل النسقي الذي يعنى – في ذاته – بخصوصيات جميع الأنواع ويطورها وفقاً لقاعدة أو قانون. فمثلاً إذا كنا أمام مسألة – في الحساب يكون مطلوباً فيها إيجاد عددين صحيحين يكون مجموعهما مساوياً العدد (25)، بحيث يمكن قسمة احدهما على (2) والآخر على (3)، عن طريق التعبير عن العدد الثاني بالصيغة 3 + 6س، حيث تكون (س) لها القيم (0، 1، 2، 3) والتي ينتج عنها – هي ذاتها – أن الصيغة (22-6س) نسير عليها باعتبار أنها مساوية للعدد الأول، فإننا – في هذه الحالة – نكون أمام صيغ تتصف بشمول عيني. فهي شاملة لأنها تمثل القانون (الشروط) الذي يحدد جميع الأعداد التي نبحث عنها، وهي عينية – ايضاً لأن الأعداد التي نبحث عنها، تنتج عن هذه الصيغ باعتبار أنها أنواع للأخيرة، عندما يكون للرمز (س) القيم الأربعة سالفة الذكر.

ويصدق نفس الحكم – بعامة – على كل دالة رياضية ذات متغير واحد أو أكثر. فكل دالة رياضية تمثل "قانوناً كلياً" يشتمل – داخل ذاته – على جميع الحالات الجزئية التي يصدق عليها، بفضل القيم المتتالية التي يمكن أن يفترضها "المتغير". يقول كسيرر: "إذا اعترف بهذا – مرة – فإن مجالاً جديداً للبحث يفتح أمام المنطق. ففي مواجهة منطق المفهوم العام الذي كما رأينا – يمثل وجهة نظر مفهوم "الجوهر" وفاعلية الأخير، يظهر – الآن – منطق مفهوم الدالة الرياضي[9].

وكان كسيرر يرى أن مجال استخدام هذا الشكل من المنطق ليس قاصراً على الرياضيات وحدها، بل يستوعب جملة المعرفة الفيزيقية. ذلك أن مفهوم الدالة يشكل الرسم التخطيطي العام أو الأنموذج الذي يصاغ – وفقاً له – مفهوم الطبيعة العلمي الحديث. وكان يعتقد أن صحة نظريته المنطقية في المفهوم تتحقق عن طريق إيضاح تكوين مفاهيم – الدالة في العلم ذاته بأمثلة عينية في فروع العلم المختلفة.

فثمة تفرقة رئيسية تنكشف صحتها – هنا – في البحث المنطقي الموضوعي. فعلى حين ينظر المذهب التجريبي إلى "تشابه" مضامين الحضور باعتبار أنه واقعة سيكولوجية واضحة – بذاتها تستخدم – لديه – في تفسير تكوين المفاهيم، فإن ثمة رؤية منطقية تقرر أن تشابه عناصر معينة – يكون من الممكن أن نتحدث عنه على نحو ذي دلالة – عندما تتأسس "وجة نظر" معينة (قاعدة أو قانون) يكون من المستطاع – عن طريقها – أن نشير إلى العناصر باعتبار أنها متشابهة أو غير متشابهة. وتعد هوية الإشارة هذه هوية "وجهة النظر" هذه – والتي تتم المقارنة وفقاً لها – شيئاً متميزاً وجديداً بالنظر إلى مضامين التي نقارن بينها هي أنفسها. فالاختلاف بين هذه المضامين من حهة، والأنواع المفاهيمية من جهة أخرى والتي توجد هذه المضامين عن طريقها، واقعة غير قابلة، لأن تردد الواحدة إلى الأخرى يقول كسيرر: "فهو (أختلاف) مطلق وينتمي إلى شكل الشعور". وفي الواقع فهو تعبير عن التعارض المميز بين عضو السلسلة وشكل السلسلة[10]. وليس يمكن – لديه – أن ينحل محتوى المفهوم إلى عناصر امتداده، وذلك لأن الاثنين لا يقفان على نفس الصعيد، بل ينتميان – من حيث المبدأ – إلى صعيدين مختلفين. فمعنى القانون الذي يربط الأعضاء الفرادى لا يستوعب – بأي حال – في حصر أي عدد من حالات القانون. وذلك لأن حصرا كهذا ينقصه المبدأ المنشأ الذي يجعل ارتباط الأعضاء الفرادى في كل وظيفي أمراً ممكناً. فإذا كان عالم الرياضيات يعرف العلاقة التي ترتب الأعضاء أ، ب، جـ... الخ وفقاً لها، فإنه يصير في مقدوره أن يستنبط تلك الأعضاء

عن طريق التأمل وأن يعزلها بوصفها موضوعان – فكر. ويكون من غير الممكن أن يكتشف السمة الخاصة بعلاقة الارتباط هذه من مجرد تجاوز الأعضاء أ، ب، جـ في الموقع كحضور نفسي. وليس ثمة إمكان أن يتحول المفهوم المنطقي الخالص أي العلاقة إلى جوهر ذي واقع مستقل شأنه في ذلك شأن الأشياء الجزئية. فمن الواضح أن العالم لا يستطيع أن يفكر في الشكل المتسلسل الذي يربط أعضاء المتعدد على نمط تفكيره في الأعضاء الفرادى، دون أن يفقد الشكل المتسلسل السمة الفريدة الخاصة به. ويقوم وجود الشكل المتسلسل – نهائياً – في التحديد المنطقي الذي يتميز به – على نحو واضح – من أشكال التسلسل الممكنة الأخرى. ويستطيع العالم أن يعبر عن هذا التحديد بواسطة فعل تعريف تأليفي، وليس – عن طريق – حدث حسي بسيط. وكان كسيرر يعتقد أن صحة نظرية "مفهوم الشكل المتسلسل" المنطقية تتحقق عن طريق بيان أن جملة الأشكال المتسلسلة الخالصة وترتيبها توجد في نسق العلوم وبخاصة في بنية العالم الدقيق: الرياضيات والفيزياء الرياضية. ومن ثم فإن النظرية تجد – هنا – مجالا ثرياً يمكن أن تفحص دلالته المنطقية استقلالا عن أية فروض مسبقة ميتافيزيقية، أنطولوجية أو سيكولوجية تتعلق بطبيعة المفهوم. ولا يعني استقلال المنطق الخالص هذا، أن ينعزل الأخير داخل نسق الفلسفة، بل إن له دوراً في بنية العلم. وكل تحول يطرأ على المفهوم الشكلي – على نحو أصيل – يترتب عليه تفسير جديد لجملة مجال العلم الذي يوظف هذا المفهوم في وصف وقائعه وترتيبها.

3–مفهوم العدد بما هو علاقة ترتيب

ترجع أهمية تناول "مفهوم العدد" لكونه يحتل المقدمة بين المفاهيم العلمية الرئيسية في العلم الخالص الدقيق من الناحية التاريخية والنسقية. وتقوم قيمة المعرفة وكل إمكان للتحديد المحسوس على نحو منطقي – على حد قول كسيرر– في التفكير بلغة العدد. وقد أقر فيثاغورث، أنه إذا لم يوجد العدد – إذا فرض ذلك فلن يكون

من الممكن أن نفهم الأشياء في أنفسها أو في علاقاتها الواحد بالآخر. حقا إن الزعم أننا نفهم جوهر الأشياء قد ولي تدريجيا، بيد أن النظرة التي مؤداها أن لب المعرفة العقلية يقوم في العدد، قد عمق، فلقد ظل مفهوم العدد التعبير الأول والصادق عن المنهج العقلي بعامة. فبواسطة العدد اكتسب أنموذج المعرفة العام شكلا أكثر تحديدا[11].

رأى كسيرر أن هناك العديد من المحاولات المتنوعة لإيجاد أساس دقيق لتفسير الأعداد وتصنيفها، يمكن إيجازها في النظريات التالية:

أ- النظرية الحسية:

أقر أنصار هذه النظرية أن ثمة استنباط حسي للعدد، ذلك لأن التسليم بوجهة النظر المنطقية التقليدية، سوف يؤدي – بالضرورة – إلى افتراض وجود خواص معينة في الأشياء تتكشف في مفاهيم العدد. ولا تطرح نظرية التجريد – هنا – وجهة نظر أخرى. فكما أن الأشياء تختلف فيما بينها حسب الحجم، الشكل ...الخ، فإنها أيضا – وفقا لنظرية التجريد، لابد وأن يكون لها خاصية معينة تضفى على هذه الأشياء السمة العددية الخاصة بها. فمفهوم العدد (2) أو (3) يستخلص من كثرة مجاميع شيئية ذات عضوين أو ثلاثة أعضاء، تماما – كما ينشأ لون معين عن مقارنة أشياء ملونة ندركها.

ويتفق مع وجهة النظر الحسية هذه أن ينظر فيلسوف علم الحساب، إلى جميع التقريرات التي تدور حول الأعداد والعلاقات العددية باعتبار أنها تقريرات تعبر عن خواص فيزيقية معينة في الأشياء. وقد تكشفت هذه النتيجة – على نحو واضح – في التطور الحديث للمذهب التجريبي. فقد رأى (مل Mill 1806-1873) أن القضية الحسابية (2 + 1 = 3) ليست مجرد تعريف ولا هي مجرد تأسيس معنى يلزم أن يرتبط

بمفاهيم العدد (2) والعدد (3)، بل هي تتحدث عن أمر – واقع تجريبي يقدمه الإدراك الحسي – لدينا – دائما بنفس الطريقة. فالقضية الحسابية – لديه – هي حقيقة استقرائية تعلمناها عن خبرة مبكرة ونتحقق من صحتها بصفة مستمرة. وتشكل هذه الحقائق الاستقرائية أساس علم العدد[12].

ويترتب على هذا النظر، أنه لابد وأن يختفي مظهر المثالية الذي يتصف به هذا العلم. فقضايا الحساب تفقد وضعها الاستثنائي وتصير على نفس الصعيد باعتبار أنها ملاحظات فيزيقية قد قمنا بها، وتتعلق بأشكال الارتباط والانفصال بين الأجسام. ويقوم تبرير هذا الاستنباط الحسي للعدد – عند – مل على أساس قصر معنى الأحكام وصحتها على مجرد الإشارة إلى وقائع حسية، يقول مل "لأنه كيف يكون من الممكن أن توجد أحكام ذات معنى وصحة ما لم تشر إلى الوقائع الحسية؟[13]، مفهوم العدد (10) إما أنه لا يعني شيئا أو أنه يعني انطباعا كليا مطردا معينا يوجد – دائما – في مجموعات ذات أجسام عشره، عشر نغمات، أو أي مجموعات ذات عشرة أعضاء. ولا شك أن القول بأن الانطباعات المتنوعة التي نحصل عليها من الأشياء تشكل نسقا فيما بينها هي أنفسها حيث تقوم بينها علاقة معينة ثابتة، لهو قضية ذات صحة تجريبية فحسب[14].

يذهب كيسرر إلى أن نظرية مل الحسية التجريبية في مبادئ الحساب تنتج – بالضرورة – من تفسيره للمفهوم المنطقي – وجدير بالذكر أن هذه النظرية – إذا ما نفذت بحرفيتها – سوف تؤدي إلى صدام مباشر مع واقع علم الحساب العلمي ذاته. ذلك لأن تحليل بنية الأخير في الرياضيات الحديثة، وتفسيرها يوضحان أن البنية المنطقية للعدد تتميز على نحو حاسم من حساب مل، وهي بنية تنأي بعلم الحساب عن وهم ممكن.

وإذا صح استنباط مل، فلابد وأن تفقد مفاهيم الحساب "التحديد الحقيقي"

الذي يشكل القيمة الفريدة الخاصة بها وسوف تكون الاختلافات المنطقية بين الأعداد مشروطة بالقدرة على التمييز السيكولوجية التي يكتسبها الإنسان في فهمه مجموعات معينة من الأشياء. بيد أنه من اليسير – كما يقول كسيرر- أن نرى تهافت هذه النتيجة. فالإنسان ليس بقادر على أن يعين الانطباع الذي يفرق الحدوس الحسية التي تتعلق بمجموعتين عينيتين الواحدة عن الأخرى. كما يترتب على هذا الزعم التجريبي في تفسير ماهية العدد فقدان المحتوى الذي يميز مفاهيم الأعداد، ونطاق استخدمها وحرية هذا الاستخدام الذي يعد أمرا رئيسيا بالنسبة لها. فليس في مقدور تفسير – كتفسير مل الذي نظر إلى العدد – ليس بوصفه مفهوما محددا، بل باعتبار انه فكرة في الذهن فقط، الأمر الذي ترتب عليه أن يرده إلى مرتبة الذاتي فحسب – أن يؤدي إلى تطور نظرية الأعداد تطوراً حقيقياً[15].

ويصير تأليف العدد ممكنا – في نظر مل – عندما يستطيع الإنسان أن يقوم بإجراءات الجمع والطرح عن طريق استخدام أشياء فيزيقية، حيث يكون من الممكن أن يجمع الأشياء ذاتها ويفصل بينها في مجموعات مكانية إدراكية. وهو يرى إن الصور المتنوعة التي تطبعها مجموعات الأشياء فيناهي الأساس الضروري لجميع التقريرات التي تدور حول العلاقات العددية. ومن ثم فإن الأساس الحقيقي لمفاهيم الأعداد لابد وأن يقضي عليه إذا تجاوز الإنسان مجال الحدس الحسي المكاني، الذي تكون هذه الأشكال من الارتباط والانفصال الفعلية ممكنه فيه.

ويرى كيسرر أنه إذا كانت ألوان تهافت الاستنباط الحسي للعدد عند مل لا تتكشف بوضوح، فان ذلك يرجع إلى القول بأن الأنشطة العقلية وعمليات الحكم لم تستبعد – تماما في هذا التفسير، بل تفترض على نحو ضمني. فحسب نظرية مل، فإن حقائق الحساب الأولى – فقط – أي الصياغات الأكثر أولية هي نتيجة الملاحظة المباشرة لوقائع فيزيقية على حين أن نسق الحساب العلمي لا يجب أن يتأسس على

السيال المتجدد – بصفة مستمرة – لوقائع الإدراك الحسي، بل يقوم على تعميم الوقائع الحسية الأصلية.

ب- النظرية السيكولوجية:

هناك محاولة أخرى سعت إلى تأسيس علاقة بين قضايا العدد ووجود الأشياء التجريبية. ذلك أنه إذا رفض الزعم القائل بأن جميع أحكام الحساب توجه نحو أشياء فيزيقية وتعتمد على الأخيرة في التحقق من صحتها، فإن ثمة – مع هذا – فئة أخرى من الواقعيات يعود إليها أصل مفاهيم العدد الحقيقي. فقد أقر أنصار هذه النظرية أن مصدر تلك المفاهيم ليس هو الأشياء الخارجية، بل الشعور ذاته في حال وجوده الفريد وغير القابل لأن يرد إلى شيء أخر. فما تحتوي عليه هذه المفاهيم وتعبر عنه ليس وجودا ماديا بل "وجود ذهنيا". وبدا أن العدد وشموله قد فسرا على هذا النحو. فالعدد – بوصفه حضورا أي واقعا نفسيا – يظل متحررا من جميع القيود التي تفرض عليه عندما ينظر إليه كتعبير عن موجودات جزئية مادية والعلاقة الخاصة بها.

ومن ثم يمكن القول بأن ثمة تطورا قد طرأ على مسألة أصل العدد بالقياس إلى الاستنباط الحسي التجريبي. يبد أنه لا يزال ثمة عنصر الاستنباط السيكولوجي للعدد – يتشارك فيه الأخير مع الاستنباط الحسي له. ذلك لأن مفهوم العدد – هنا – يعجز عن بلوغ أساس منطقي ومستقل، فهو حسب الاستنباط السيكولوجي – يصير ملحقا بعلم النفس – تماما – كما كان في الاستنباط الحسي – حالة خاصة تفسر في ضوء المنظور الفيزيقي. فالحضور النفساني لا يعني سوى أنه محتوى شعوري محدد ينشأ في الذات حسب ظروف خاصة، ويكون من الممكن أن يزول – بنفس الطريقة – وهو يختلف من فرد إلى أخر، بل لدى نفس الفرد وبمجرد أن يزول، فانه لن يعود بنفس الشكل على نحو دقيق. ولا يعطى مضموناً يكون من الممكن أن يظل ذو هوية منطقية ثابتة.

يقول كيسرر "إن تحقق المطلب الأخير هو الذي يُكون كل معنى المفاهيم العددية الخالصة والقيمة الخاصة بها."[16] فالقضية الحسابية 7+5=12لا تتحدث عن ارتباط بين خبرات حضور شعورية، إما أنها تكون قد وقعت في الماضي أو أنها سوف تقع في المستقبل في الذوات المفكرة، بل إنها تنشئ صلة تربط العدد (7) والعدد (5) بالعدد (12) ويملك الموضوع الذي يتوجه إليه هذا الحكم – برغم مثاليته – ثباتا وتحديدا ويتميز بهما من مضامين الحضور المتغير – فقد ترتبط الصورة السيكولوجية للعدد (2) لدى شخص – بحضور مكاني مصاحب لها، ولا تكون كذلك لدى أخر، فقد تفهم بوضوح حينا وعلى نحو غامض حينا أخر. بيد أن معنى العدد (2) لا يتأثر بجميع هذه الاختلافات.

وإذا أدرك فيلسوف العلم أن ماهية العدد ووظيفته يمكن تأكيديهما فقط – عن طريق فهم العدد على اعتبار انه حامل أحكام يقينية ونقطة البدء فيها وبوصفه جملة أو وحدة والعلاقات الممكنة، وان المفاهيم تكون متكافئة، عندما يصير من الممكن أن يستبدل الواحد بالا خرفي جميع التقريرات التي تشتمل على هذه المفاهيم، وحينما يكون في مقدوره أن يطبق كل علاقة تسري على أحدهما على الآخر، وإذا طبق هذا المعيار، فإن جملة الاختلافات بين "المعنى المنطقي" لمفهوم العدد، وبين "الفهم السيكولوجي" للعدد كحضور نفسي يتكشف جليا. يقول كسيرر: "لا يجب أن نفكر، (وليس بإمكاننا) في العلاقات المميزة التي تسري في سلاسل الأعداد باعتبار أنها خواص مضامين الحضور المعطاة لنا"[17].

ويكون من اللغو في نظره أن نقول أن حضورا نفسيا يكون أكبر أو أصغر من أخر أو ضعفا لأخر، وان الواحد يمكن أن يقسم بواسطة أخر. هذا فصلا عن أن مسلمة (لا تناهي) الأعداد تستبعد تصورا للعدد كهذا. وذلك لأن كل وجود الحضور النفسي يستوعب في عطائه المباشر أي في وقوعه الفعلي. فإذا قيل أن الأعداد

واقعيات في الشعور الفرد، فانه يكون من الممكن أن تعطي في مجموعات متناهية أي أن توجد في هذا الشعور بوصفها عناصر جزئية. فثمة تعارض إذن بين مفاهيم العدد الخالصة وبين مضامين الحضور النفسي.

لكن قد يعترض بان ما يميز (العدد) لا يمكن أن يشار إليه في أي مضمون شعوري جزئي ومنعزل – فقط – لان ثمة – هنا – قضية كلية تحكم وتوجه نشأة المضامين وصياغتها بعامة. ذلك أن الفعل الذي نعرف بواسطته – أي والتأليف الذي نربط عن طريقه بين هذه الوحدات في أشكال جديدة، يشكلون الشرط الوحيد الذي يستطيع فيلسوف علم الحساب أن يتكلم – بناءا عليه – عن متعدد العناصر والارتباط بينهما. فنشاط التفرقة والربط – وحده – وليس أي محتوى جزئ ينشأ كنتيجة عن هذا النشاط، يكون من الممكن أن يصير الملازم السيكولوجي لمفاهيم العدد. فتحديد العدد لا يرتبط بالأشياء سواء أشياء الواقع الخارجي أو الداخلي، بل يرتبط "بأفعال التعريف" ويجد معناه الحقيقي في الأخيرة. ويكون من الممكن – على هذا النحو – أن يفهم شمول مفاهيم العدد ويتأسس من جهة نظر جديدة.

وجدير بالملاحظة – هنا – أن ثمة نظرا جديدا في شأن فهم أساس العدد عبر الاستنباط السيكولوجي الأكثر دقة لمفاهيم العدد من فعلي الارتباط والانفصال اللذين يمكن التعرف عليهما. ويسمى العدد كليا – حسب هذا النظر – ليس لكونه متضمنا كخاصة ثابتة في كل فرد، بل لأنه يمثل (شرطا ثابتا للحكم) المتعلق بكل فرد بما هو فرد. ولا يقع الوعي بالشمول عن طريق المضي عبر كثرة من حالات غير محددة، بل يُفترض الشمول – مسبقا – في فهم كل حالة من هذه الحالات. ذلك لأن ترتيب الأفراد (الأعضاء) في "كل شامل: يصير ممكنا – فقط – عندما يسلم الفكر بقاعدة ويتمسك بها. أي حينما يفترض الفكر (هوية المفهوم) على الرغم من تفارق استخداماته وتنوع الجزيئات التي ترتب وفقا له.

هذا ويشير كسيرر إلى أن الفحص النقدي بين أن المسألة المنطقية للعدد لن تحل في إطار النظر السابق الذي ينتقل من (مضامين حضور) إلى الأفعال التي تُكون فيها تلك المضامين. ذلك لأنه أيا كانت القيمة الإنشائية (البنائية) التي تنسب إلى أفعال التفكير الخاصة فإن الأخيرة – بالمعنى السيكولوجي لها – تظل مع هذا دائما، أحداثا وقتية وتزول في الزمان. وهي تنتمي إلى تيار شعور فرد معين يمضي مساره حسب شروط اللحظة الزمنية الجزئية. بيد أن ما يُعبر عنه ويتأسس في أحكام الحساب – كما يقر كسيرر – ليس هو العلاقة بين واقعيات محددة من الناحية الزمنية، بل إن الفكر – هنا – يتجاوز نطاق جملة مجال أفعال التفكير وعملياته كوقائع نفسانية ويبلغ نطاق موضوعات مثالية ينسب إليها شكلا دائما وثابتا. وبفضل هذا الشكل الرئيسي (للارتباط) يرتبط كل عنصر (عضو) في سلسلة العدد بكل عنصر آخر حسب قاعدة نسقية ثابتة. وبالتالي فإن التحليل السيكولوجي (لأفعال) تكوين مضامين الحضور ليس في مقدوره أن يفسر كيف يرتبط العدد (1) بالعدد (2) أو الأخير بالعدد (3)، وكيف ينشأ مركب القضايا المنطقي – بأكمله – والمتضمن في الحساب الخاص وفقا لهذا الارتباط. ذلك لأن إنشاء "رابطة النسق" و"الأساس الموضوعي" لها ينتميان إلى منهج مختلف كلية. وقد يقال بأن هذا المنهج هو في الحقيقة مجرد مسلمة، يكون التحقق من صحتها أمرا إشكاليا. ذلك لأنه من الممكن أن يتساءل المرء: أي طريقة تبقى من أجل تأسيس المفهوم بعامة (والعدد بخاصة)، إذا كان لا يجب أن ينظر إليه باعتبار أنه نسخة من الوجود الخارجي والفيزيقي أو الوجود الداخلي النفساني أي نسخة من الفيزيقي أو النفساني؟ ويجيب كسيرر على هذا الاعتراض قائلا: إن هذا التساؤل تعبير – فقط عن وجهة نظر دجماطيقية حول طبيعة المفهوم ووظيفته. وقد يقال بأنه لا يجب أن يقوم نسق علم الحساب وقضاياه من خلال هذه النظرة (الدجماطيقية)، بل إن فحوص المنطق الشكلي – على العكس – تجد حدا ومقياسا في هذا النسق الذي قد كشف عن

فرضيته المسبقة المستقلة والمباطنة على نحو تدريجي[18].

ج- النظرية المنطقية:

نتيجة لأوجه القصور الملاحظة في كلتا الرؤيتين (الحسية والسيكولوجية) ونظرا لتطور علم الحساب في العقود الأخيرة، فقد نشأت الحاجة إلى تحقيق مطلب إستنباط مفهوم العدد ومعناه – بأكمله – من مقدمات منطقية خالصة. فإذا كان علم المكان أو الهندسة تنتمي إلى الحدس، أو ربما حتى إلى الإدراك الحسي التجريبي، فإن التفكير القائل بأن كل تحديد للعدد يلزم أن يتأسس دون اللجوء إلى موضوعات حسية أي دون الاعتماد على مقادير عينية يمكن قياسها قد لقي دعما. ويتحقق هذا التأسيس عن طريق إنشاء نسق متناهي يتألف من خطوات تفكير بسيطة. وفي إستنباط علم الحساب من المنطق، فإن الأخير يتخذ شكلا جديدا.

* ذهب (ددكند Dedekind) إلى أننا إذا تتبعنا – بدقة – ما نفعله عندما نقوم "بعد" مجموعة من الأشياء، فإننا نجد أن للذهن قدرة على ربط شيء بشيء، على جعل أحدهما يتطابق مع الأخر، أو جعل شيء ينسخ آخر، وهي قدرة يكون الفكر – بدونها مستحيلا بعامة. وكان يرى أنه يلزم أن تثار جملة علم العدد بناءا على هذا الأساس الوحيد الذي لا مفر منه على الإطلاق.[19]

يناقش كسيرر وجهة نظر ددنكند قائلا: يبدو أن نقطة البدء – هنا – هي ذاتها كما كانت في المنطق التقليدي في شأن "تكوين المفهوم". ذلك أنه يفترض كثرة الأشياء وقدرة الذهن على أن ينسخها. بيد أن من الواضح أن المفردات التقليدية قد اكتسبت معنى جديدا ودورا جديدا فالأشياء التي يتحدث عنها ددنكند في استنباطه لا يفترض أنها موجودات مستقلة، تكون سابقة على أي علاقة، بل هي توجد بقدر ما يتحقق هذا الوجود داخل نطاق العلاقات التي تحمل عليها. وبعبارة أخرى فإن

أشياءا كتلك هي مفردات علاقات، ولا يكون من الممكن أن تعطي من حيث هي كذلك – قط – استقلالا، بل تعطى فقط في مجموعة مثالية الواحد مع الأخر.

هذا وقد نظر إلى مفهوم العدد – في إطار الاستنباط المنطقي له – على أنه مثال لمفهوم الدالة الرياض. ولقد طرحت الفرضية المسبقة لهذا الاستنباط في منطق العلاقات. ذلك أن المرء إذا قام بفحص جملة العلاقات الممكنة والتي يكون من الممكن أن ترتب سلسلة من الإنشاءات (التكوينات) العقلية وفقا لها، فإن ثمة تحديدات شكلية رئيسية تظهر وهي تنتمي إلى فئات معينة من العلاقات تتميز من فئات أخرى ذات بنى مختلفة.

فإذا وجدت علاقة بين العضوين أ، ب بحيث تسري هي نفسها بالنسبة إلى ب، أ فإن العلاقة في هذه الحالة – تسمى تماثلية، Symmetrical فالعلاقة التماثلية هي التي تكون نفس معكوستها. على حين أن العلاقة اللاتماثلية – non symmetrical هي المختلفة عن معكوستها. والعلاقات التي تكون أحيانا تماثلية وأحيانا لا تماثلية تسمى (غير تماثلية). والعلاقة المتعدية Transitive، هي التي إذا وجدت بين أ، ب من ناحية وبين ب، ج من ناحية أخرى. فإنها توجد –كذلك بين أ ، ج. ومن نوعها العلاقات "مساو ل"، "أكبر من"، "يتضمن"...الخ. ولكن إذا قلنا: أ أ ب ل ب، ب أ ب ل ج، فإن أ ليس أ ب ل ج، فعلاقة مثل "أ ب ل": تعتبر لازمة. Intransitive وتكون العلاقة غير متعدية عندما تكون العلاقات متعدية أحيانا، ولازمة أحيانا أخرى[20].

ويرى كيسرر أن هذه التحديدات العلائقية – التي تستخدم في حساب العلاقات لها دور رئيسي في تعريف ما يجب أن يفهم على أنه ترتيب (الكل) ويكون من غير الصحيح أن ينظر إلى الترتيب الذي يسري بين أعضاء المتعدد باعتبار أنه شيء واضح – بذاته كما لو أنه يعطي عن طريق وجود الأعضاء الفرادى. فالترتيب

لا يلحق بالعناصر على هذا النحو، بل يلتصق بالعلاقة المتسلسلة التي ترتبط العناصر عن طريقها. ويستمد الترتيب سمته المحددة وخصوصياته الفريدة من هذه العلاقة المتسلسلة. ويبين الفحص الدقيق أن ثمة علاقة – دائما – متعدية تكون لازمة (ضرورية) لكي تضفي على أعضاء "الكل" ترتيبا متحددا[21].

هذا وقد طرح مفهوم المتوالية progression لإمكان تفسير أساس علم الحساب. فقد قيل إن جميع قضايا الحساب وإجراءاته ترتبط – فحسب – بالخواص العامة للمتوالية. ومن ثم فإن هذه القضايا وتلك الإجراءات الحسابية لا تدور قط حول أشياء بل تنصب على علاقات الترتيب Ordinal relation التي تسري بين عناصر أو كليات wholes نسقيه معينة. ويكون من الممكن – حسب هذا النظر المنطقي – أن تنشأ تعريفات الجمع، الطرح، الضرب والقسمة. وان تفسر الأعداد الصحيحة والكسور، الأعداد الإيجابية والسلبية بناءا على هذا الأساس – أي خواص المتوالية – دون الرجوع إلى علاقات الموضوعات العينية التي يكون من الممكن قياسها[22].

من الواضح – هنا – أن يقين الأعداد – بأكمله – حسب هذا الاستنباط يتوقف على العلاقات التي يقوم بين الأعداد هي أنفسها، ولا يستند إلى أي ارتباط (علاقة) بواقع موضوعي خارجي. فالأعداد ليست بحاجة إلى أساس دخيل عليها، بل هي تدعم الواحد الآخر بالتبادل – بقدر ما يتحدد موضع الواحد فيها في النسق بواسطة الآخر على نحو واضح. فموضع الاهتمام – هنا – ليس هو الخواص الجزئية لعناصر (أعضاء) نسق الإعداد، بل العلاقات التي توضع فيها تلك الأعضاء الواحد مع الأخر. وتسمى الأعداد الإبداع الحر للذهن الإنساني عندما تتحرر من كل محتوى آخر وتشكل العلاقات والقوانين التي تسري بين الأعداد والتي تظل هي نفسها الموضوع الأولي لعلم العدد[23].

ومن منظور المنطق، فانه لأمر هام أن يستخدم مفهوم التجريد – هنا – بمعنى جديد. ذلك أن فعل التجريد – لدى "ددكند" – ليس موجها نحو فصل صفة من صفات الشيء، بل يهدف إلى الوعي بعلاقة معينة في ذاتها استقلالا عن جميع حالات إستخدامها الجزئية. فوظيفة العدد مستقلة عن تنوع الموضوعات القابلة للعد. ويلزم استبعاد هذا التنوع عندما يكون تحديد سمة العدد ووظيفته موضع الاهتمام. فالتجريد يعني – هنا – التحرر من كل "محتوي" – "شيء" والتركيز المنطقي على علاقة الارتباط ذاتها. وقد اعترض على استنباط "ددكند" من زاوية انه لم يعد ثمة محتوى للعد يمكن أن يتميز به في مقابل الموضوعات الأخرى التي ترتب على نحو تسلسلي بالمثل. ذلك لأنه في تحديد مفهوم العدد – قد أبقي – فقط على اللحظة العامة للمتوالية. ومن ثم فإن كل ما يقال عن العدد – هنا – يصدق بالنسبة إلى كل متوالية بعامة وليس متوالية العدد فحسب، فما قد عرف – هنا – هو فقط "الشكل المتسلسل ذاته"، وليس "ما يضمن فيه" باعتبار أنه مادة له. ويمضي الاعتراض قائلا: انه إذا كان للأعداد الترتيبية أن توجد، فانه يلزم – عندئذ – أن تملك طبيعة داخلية وخاصية تتميز بها هذه الأعداد من الكيانات الأخرى بنفس الطريقة التي تتميز بها النقط من اللحظات أو النغمات من الألوان[24].

يخطئ هذا الاعتراض – في نظر كسيرر – الهدف الحقيقي لاستنباط ددكند وتوجهه. ذلك أن ما يعبر عنه في هذا الاستنباط هو: ثمة نسق من الموضوعات المثالية يُستوعب مضمونه – بأكمله – في العلاقات المتبادلة الخاصة بتلك الموضوعات، ويعبر عن "ماهية" الأعداد – على نحو تام في المواقع (المواضع) الخاصة بها. ويكون من الواجب أن يفهم مفهوم (الموضع Position) بشموله المنطقي ونطاق استخدامه. ويقوم التمييز بين "عناصر" النسق على شروط مفاهيمية خالصة، وليس على شروط إدراكية. ولا يكون حدس الزمان الخالص الذي أقام عليه كانط مفهوم العدد – ضروريا هنا. فإذا كنا نفكر في أعضاء سلسلة الأعداد باعتبار أنها سلسلة

مرتبة، فإن الأخيرة لا تشتمل على شيء له سمة التوالي الزمني العينية. فالعدد (3- مثلا – لا يتبع العدد (2) على نحو ما يتبع الضوء البرق. وذلك لأن لا واحد من العددين يملك نوعا من الواقع الزمني، بل تكوينا منطقيا مثاليا فحسب. ويتحدد معنى السلسلة بالقول إن العدد (2) يضمن كمقدم في تحديد العدد (3) وأنه من الممكن أن يُفسر معنى مفهوم احدهما بواسطة مفهوم الآخر. فالعدد الأعلى يفترض مسبقا العدد الأدنى ولا يشتمل هذا الافتراض سابقا أو لاحقا، فيزيقيا أو سيكولوجيا، بل علاقة خالصة ذات تبعية مفاهيمية نسقيه أي علاقة اعتماد خالصة. فليس ثمة ضرورة عليه (فيزيقية أو نسقيه) هنا، بل ضرورة منطقية فحسب. ويتصف الموضع اللاحق بأنه يستخرج من الوحدة الرئيسية عن طريق الاستخدام الأكثر تعقيدا للعلاقة المنشأة، ومن ثم فإنه يتضمن العناصر السابقة عليه باعتبار أنها أجزاء وأوجه منطقية مكونه له في ذاته[25].

ويشير كسيرر إلى أن الانتقال من مفهوم العدد الترتيبي الخالص إلى العدد الأصلي قد تحقق باتفاق عام بين نظريات الحساب الترتيبية المتنوعة بعد ما طورت الأخيرة على يد ددكند – وبخاصة – هملتس Helmholtz وكرونيكر. Kronecker[26]. فقد افترض إنشاء ارتباط بين نسق متناهي من الأعداد معطى وبين جملة الأعداد الترتيبية عن طريق جعل كل عنصر في النسق يتساوى مع موضع واحد فقط في هذه الجملة، ويكون من الممكن بهذه الطريقة أن يتساوى العدد الأخير في النسق بعدد ترتيبي معين (ن). ويتضمن فعل التساوي في ذاته جميع الأوجه السابقة، وذلك لأنه لما كان الانتقال من العدد (1) إلى العدد (ن) يقع بطريقة واحدة، فإن العدد الأخير الذي يصل إليه عالم الحساب ينتج من جديد جملة الأجزاء بسمته الخصوصية. فالعدد (ن) الذي يحصل عليه باعتبار انه يصف العنصر الأخير في النسق، ويسمى العدد الأصلي للنسق موضع النظر، وهو يتكون من عناصر العدد (ن)[27].

وثمة افتراض – هنا – بأنه يمكن أن يوجد عدد أصلي واحد – فقط – لمجموعة معينة وأن "الموضع الأخير" الذي يصل إليه عالم الحساب في النسق يكون مستقلا عن الترتيب الذي يسري بين أعضاء النسق. ويرى كسيرر أنه من الممكن البرهنة على هذا الافتراض المسبق – بكل دقة – من مقدمات النظرية الترتيبية في العدد دون الحاجة إلى افتراض مسلمة جديدة بشرط التسليم بان المتعدد موضع الفحص يشكل نسقا متناهيا. كما يكون من الممكن أيضا تحويل تعريفات إجراءات الحساب الرئيسية – الجمع، الطرح، الضرب والقسمة إلى العدد الأصلي دون صعوبة. وهو يرى أن فحص الأعداد الأصلية لا يكشف عن خاصية جديدة أو علاقة جديدة لا يكون من الممكن أن تستنبط من مجرد عامل الترتيب. بل أن ما قد كشفت عنه الأعداد الأصلية هو أن الصياغات التي طرحت في شأن النظرية الترتيبية في العدد تكتسب استخداما أوسع، طالما أنه صار من الممكن أن تقرأ بلغتين مختلفتين[28].

لكن بالرغم انه لم ينشأ "محتوى" رياضي جديد بالفعل عن طريق هذا التحول (إلى العدد الأصلي)، إلا أن ثمة وظيفة منطقية جديدة فاعلة في تكوين العدد الأصلي. فكما أنه في نظرية العدد الترتيبي قد أقيمت الخطوات الفردية وطورت بالنسبة إلى سلسلة محددة، فكذلك – هنا – ثمة وعي بضرورة فهم السلسلة ليس بالنظر إلى عناصرها المتتابعة فحسب، بل باعتبار أنها "كل مثالي". فلا يجب أن توضع اللحظة السابقة في الترتيب بجوار اللحظة اللاحقة فحسب، بل يلزم أن تضمن بكل المعنى المنطقي لها في الأخيرة (اللاحقة) بحيث تشتمل الخطوة الأخيرة في خط سير الترتيب في ذاتها على جميع الخطوات السابقة وقانون الارتباط الخاص بها. ويلاحظ على تأليف العدد الأصلي أن سلسلة الأعداد الترتيبية قد طورت إلى نسق موحد شامل حاوي – ذاته بحيث لا يوجد عضو – فيه – لذاته فحسب، بل، على العكس صار العضو يمثل جملة السلسلة والمبدأ الشكلي الخاص بها.

هذا ويؤكد كسيرر على أن مطلب بلوغ استنباط عقلي خالص لمفهوم العدد – يستبعد كل اعتماد على العلاقات التجريبية الخاصة بالموضوعات الفيزيقية – يتحقق بفضل الفعلين المنطقيين الرئيسيين: ارتباط الأعداد وتفارقها. وهما يكفيان – في نظره – لتحديد مجال إجراءات الحساب دون الحاجة إلى افتراضات مسبقة أخرى.

ويشير كسيرر إلى سوء فهم قد تعرضت له نظرية العدد ألترتيبي. فالتفسير الذي قد طرحه هلمتس يؤدي – بالضرورة – إلى الزعم بأن جملة مجموعات الموضوعات العينية تفترض أولا بوصفها معطاة وأن عمل الفكر يستوعب في إنشاء "متعدد من الرموز" يطابق تنوع الأشياء هذا، وقد نظر إلى الرموز باعتبار أنها مجموعات من موضوعات إدراكية تتفارق الواحد عن الأخر عن طريق الشكل والموضع على نحو مرئي[29]. وبدا له أنه يكون من الممكن أن تبتعد عن الخواص المباشرة للأشياء في التقريرات التي تدور حول الأعداد وعلاقتها فقط عندما يُستبدل واقع الأشياء بالنسخ المحسوسة منه أي متعدد "الرموز المرئية". ويترتب على هذا التفسير – في نظر كسيرر – أن تصير نقطة البداية في تكوين الأعداد ليس الانعزال عن الموضوعات الفيزيقية، بل على العكس، توطيد المعنى الحسي لها وتركيزه. بيد أن تفسيرا كهذا قام به علماء رياضيات في شروحهم لنظرية العدد الترتيبي يتناقض مع الاتجاه المنطقي الرئيسي والأكثر عمقا لهذه النظرية.

هذا فضلا عن أن الرموز الناشئة لن تكون رموزا بالمعنى الحقيقي لها، ولابد أن تفقد الوظيفة المميزة لها إذا نظر إليها – فقط – وفقا لما تكون عليه على نحو حسي، وليس حسب ما تعني على نحو عقلي، فبناءاً على التفسير السابق، لن توجد سوى صور معينة يمكن أن تفحص حسب الشكل، الحجم، الموضع واللون. غير أن كسيرر – مع هذا – يشير إلى أنه قد يكون من الإنصاف القول بأنه ليس ثمة – هنا – اتجاه اسمى nominalistic رياضي قد حاول بالفعل أن يحول معنى الأحكام الصحيحة

التي تدور حول الأعداد إلى تقريرات من هذا النوع. فالتأويل الاسمى لنظرية العدد الترتيبي الخالصة يشكل – في رأي كسيرر – حاضن خارجي يلزم إزالته حتى نصل إلى اللب الحقيقي في الفكر المنطقي والرياضي. وعندما نقوم بذلك، فإن ما يبقى لدينا هو اللحظة العقلية الخالصة. ذلك لأن "الترتيب" ليس بشيء يمكن أن يشار إليه مباشرة في انطباعات حسية، بل الأحرى أنه شيء ينتمي إليها بفضل العلاقات العقلية فقط. ومن ثم فإن نظرية العدد ألترتيبي لا تستلزم في الشكل الخالص لها افتراض مجموعة من أشياء جزئية تعطي على نحو فيزيقي كما يزعم الاعتراض المقام ضدها. وليست "المتعددات" التي تكون عاملا رئيسيا في هذه النظرية مجاميع كلية توجد على نحو تجريبي، بل هي مجاميع تعرف على نحو مثالي وتكون من بداية مفترضة وفقا لقاعدة ثابتة على نحو متقدم. وتتأسس جميع الخواص الشكلية على نحو أصيل على هذه القاعدة أيضا بحيث تميز سلسلة الأعداد وتجعل منها النمط الرئيسي للرابطة التي تكون قابلة لأن تفهم عن طريق المفاهيم بعامة.

* ثمة محاولة أخرى قد بذلت من أجل رد مفهوم العدد إلى ثوابت منطقية خالصة. فقد نظر إلى مفهوم الفئة Class على أنه الفرضية المسبقة الضرورية لتحقيق ذلك. وبدا أن تحليل العدد يكتمل فقط عندما يشتق معناه ودوره من الوظيفة العامة لمفهوم الفئة.

فقد ذهب (رسل Russell 1872-1970) إلى تعريف العدد عن طريق التجريد – أي عندما يفحص المرء مجموعة أو أكثر من المجموعات التي تتدرج تحت عدد معين كالعدد (2) مثلا، ثم يجرد هذه المجموعات من الصفات الخاصة بكل منها حتى تتبقى صفة لا تكون خاصة بأي مجموعة منها، فتكون هذه الصفة الباقية بعد عمليات التجريد هي التي تسمى بالعدد (2) – موضع اعتراض نظرا لأنه قد تبقى بعد التجريد صفات لا حصر لعددها تكون أحداها هي الصفة التي تصف طبيعة العدد،

وعندئذ ليس ثمة ما يميز هذه الصفة من غيرها.

لذلك رأى أنه من الأفضل أن ننظر إلى "العدد" على أنه "الفئة" التي تضم الفئات المتساوية عددا، ويتحقق التشابه العددي بين فئتين عن طريق افتراض "مسلمة علاقة واحدة بواحدة". وقد قيل بأن الاختلاف بين هذا النظر في تعريف العدد وبين طريقة التجريد السابقة هو الاختلاف بين تعريف الشيء بما صدقاته وتعريفه بمفهومه (صفاته). فطريقة التجريد تعرف العدد بالصفات المشتركة (بالمفهوم) على حين تعرف طريقة ضم الفئات المتشابهة عددا في فئة واحدة، العدد بالماصدقات[30].

وكان رسل يعتقد أن في تعريف العدد بأنه "فئة الفئات المتشابهة" ينطبق على كل عدد في سلسلة الأعداد بلا استثناء[31]. وقد قيل بأن "تعريف رسل للعدد على هذا النحو، هو في الحقيقة بالإشارة إلى "مسماه"[32]. لكن حسب النظرية المنطقية السابقة – كما يذكر كسيرر- فإن تكوين المفاهيم – مرة ثانية – لا يعنى سوى تجميع الموضوعات في أنواع

(فئات) بفضل إدراجها تحت صفات عامة ومن ثم، فلكي نفهم مفهوم العدد، فإنه يلزم أن يتحرر من كل شيء لا يتفق مع هذا الرسم التخطيطي في تكوين المفاهيم.

ثمة صعوبة – هنا – كما يقول كسيرر – تواجه نظرية رد العدد إلى الفئة. ذلك أننا إذا فرضنا أننا لا نفحص التفكير في "العدد بعامة"، بل مفهوم هذا العدد المحدد أو ذاك. فإننا لا نتعامل – هنا – (ليس عطا) مع نوع (فئة) يمكن أن يوجد في أي عدد من الحالات الفردية، بل "موضع" متحدد معين داخل نسق كلي. فالعدد (2) واحد فقط، والعدد (4) واحد فقط وهما يملكان خواص رياضية معينة لا يشاركهما فيها أخر.

وقد يعترض – أيضا – على تعريف العدد بأنه فئة الفئات المتشابهة بأنه يفترض – مسبقا – اسبقية العلم بمعنى العدد قبل محاولة تحديد معناه. ويجاب على هذا الاعتراض بأن ضم الفئات المتشابهة عددا لا يقوم على أساس عددها، بل على أساس "التشابه" القائم بينها، وليس التشابه هو نفسه العدد، إنما تصير أي فئتين متشابهتين إذا كان بين أفراد الواحدة منهما وأفراد الأخرى علاقة واحد بواحد وبمعنى أن يكون كل عضو من أعضاء إحدى المجموعتين مقابلا لعضو واحد من أعضاء المجموعة الأخرى. ويستلزم الحكم بوجود علاقة واحد بواحد بين أي مجموعتين أن يكون لدى المرء القدرة على تمييز الأعضاء الفرادى في كل منها. وعندئذ – يستطيع أن يربط عضوا في هذه المجموعة بعضو من تلك حتى تستنفد الأعضاء في كلتا المجموعتين. فالمرء يحكم بأن المجموعتين متشابهتان دون أن يعلم عدد الأعضاء ودون علم مسبق بفكرة العدد إطلاقا[33].

ويتصف الفهم السابق للعدد – في نظر كسيرر – بأنه يؤكد ما تراه النظرية المألوفة في تكوين المفهوم، فمعيار التساوي العددي ينظر إليه – هنا – على أنه السمة المكونة الفريدة التي يتأسس عليها محتوى مفهوم العدد. لكن على حين أن النظرة التقليدية تفترض الأعداد الفردية باعتبار أنها معطاه لنا ومعروفة لنا، وتقرر – بناءا على أساس هذه المعرفة مسألة تساويها أو عدم تساويها، فان معكوستها تسرى هنا. فما يكون معروفا لنا هو العلاقة فقط التي تتقرر في المعادلة، على حين تكون العناصر التي تندرج تحت هذه العلاقة غير متحددة في البداية، وتكون قابلة للتحديد بواسطة المعادلة فحسب. يقول فريجة: "هدفنا أن نصيغ "شكل" مضمون حكم يكون من الممكن أن يفسر باعتبار انه معادلة، على نحو بحيث يوجد على طرفي هذه المعادلة عدد (ن). وهكذا نرغب في أن نبلغ بواسطة مفهوم التساوي المعروف لنا – مسبقا – ما يجب أن ينظر إليه على أنه متساو"[34].

يرى كسيرر أن النظرية السابقة – برغم انها تتعارض مع التفسير التجريبي لطبيعة العدد، إلا أنها تتفق معه في سمة شكلية واحدة. ذلك أنها تنظر إلى العدد أيضا باعتبار أنه خاصية مشتركة لمضامين معينة ولمجموعات من المضامين. فلا يجب أن نبحث عن أساس التقريرات التي تدور حول الأعداد في الأشياء الفيزيقية الحسية، بل في "مفاهيم" الأشياء. ولا ينسب الحكم الذي يدور حول العلاقات العددية خواصا معينة إلى الموضوعات، بل إلى مفاهيم الأخيرة وتنقسم الموضوعات إلى فئات ذات خصائص فريدة بواسطة تلك المفاهيم.

ويقال بأن هذه النظرية لا تفكر في العدد عفويا، بل أنها تعني بإيضاح الوظيفة الحقيقية التي يقوم بها العدد في جملة المعرفة لدينا. ذلك أنها تزعم – في مواجهة التفسير الذي تطرحه نظرية العدد الترتيبي – أن خواص العدد المنطقية التي قد استنبطت – هنا – هي الخواص المحددة والرئيسية لاستخدام العدد في الحياة اليومية. فثمة استنباط "طبيعي" للعدد يدعم الاستخدامات العينية له – هكذا قيل – يجب أن يظل متعارضا مع الاستنباط الفني الذي يعني بأغراض الحساب العلمي. بيد أن الفحص المتعمق للنظرية – على حد قول كسيرر – يبين أن الهدف لم يتحقق. ذلك لأن ما تم استنباطه – هنا – منطقيا لا يكافئ بأي حال من الأحوال المعنى الحقيقي الذي يرتبط بالأحكام العددية ودورها في المعرفة العلمية. فحسب المسلمات السابقة، يكون المرء قادرا على أن يضع مجموعات ذات عناصر مختلفة معا وأن ينظر إليها على أنها متساوية من وجهة نظر معينة.

بيد أن هذا الإجراء ليس – في نظر كسيرر – بكاف لتحديد العدد الخاص والمختص بها. فقد يستطيع التفكير أن يمضي عبر أي عدد من المجموعات المتساوية عددا وان يفحص العلاقات المتبادلة بينها دون أن يكون على وعي بمفاهيم العدد الناشئة عن هذا. يقول كسيرر: "فلا يكون من الممكن – قط – أن ينتج المعنى

الخاص بالعدد (4) مثلا أو العدد (7) من مجرد وضع أي عدد من المجموعات ذات العناصر الأربعة أو السبعة جنبا إلى جنب. ذلك لأنه يلزم أولا أن تحدد المجموعات الفردية باعتبار أنها سلاسل ذات عناصر مرتبة أي بوصفها أعدادا بالمعنى الذي يكون لها في نظرية الترتيب، فكم من العناصر – أيا كان – لا يفيد في تحديد معنى العدد دون افتراض "علاقة منشأه"، يمضي ترتيب العناصر وفقا لها. ويكتشف الاختلاف بين نظرية الترتيب في العدد ونظرية الأعداد الأصلية في القول بأن مفهوم العلاقة ووظيفتها المنطقية قد تحولا. فعلى حين ينصب الاهتمام في نظرية الترتيب على تكوينات مثالية ترتبط الواحد بالآخر بالتبال، فإن كل تكوين فردي يستنبط – حسب نظرية الأعداد الأصلية – عن طريق الارتباط بفئات معطاة.

ويوضح كسيرر أن الفحص النقدي لنظرية الأعداد الأصلية يظهر أن الترتيب المنطقي للمفاهيم قد عكس. ذلك لأن تحديد العدد عن طريق مفهوم تساوي الفئات يتضمن أن الأخيرة – نفسها – تعطي بوصفها كثرة. ويستلزم مفهوم "تساوي" الفئات – الذي يتوقف عليه معنى الأعداد الأصلية – فحص مجموعتين ترتبطان بعلاقة معينة (علاقة واحد بواحد). وقد أكد أنصار الأعداد الأصلية (رسل وفريجه) أنه ليس من الضروري – من أجل تأسيس علاقة (واحد بواحد) هذه – أن يكون عالم الحساب قد قام بحصر أعضاء المتعددين سلفا، بل على العكس يتحقق القانون العام إذا ارتبط أي عنصر في المتعدد الأول بأي عنصر في المتعدد الثاني. لكن – حتى مع افتراض التنازل عنصر أولى سابق للفئات الفردية التي يقارن العالم بينها – فمن الواجب أن يقابل بين الفئات باعتبار أنها مجاميع مختلفة الواحد عن الأخر. ويلزم أن تفهم أي مجموعتين كوحدتين. وقد يعترض على هذا القول بأن هذا الاختلاف يفسر – بصورة مباشرة – عن طريق الاختلاف المنطقي الخالص بين مفاهيم الفئة ومن ثم فإن إختلاف المجموعات ليس بحاجة إلى استنباط أبعد من هذا. بيد أن هذا القول يفيد أن ناقد المعرفة ينتقل من الفئات أنفسها إلى العلاقات المنشأة التي تتوقف عليها

الفئات وتدين لها بالتعريف الخاص بها. فالاختلاف بين المجاميع النسقية يرجع إلى الاختلاف في القانون المفاهيمي الذي قد نتجت منه. فنسق الأعداد بما هي أعداد ترتيب خالصة يكون من الممكن اشتقاقه مباشرة عبر مفهوم الفئة، على حد قول كسيرر، طالما انه لا يلزم للقيام بذلك سوى افتراض إمكان تمييز سلسلة من بني الفكر الخالصة عن طريق علاقات مختلفة مع عنصر رئيسي معين يوظف كنقطة بدء[35].

ويرتبط الجدل بين النظريات الرياضية – في شأن العدد ووظيفته – بمسائل عامة ذات توجه منطقي معين. وبعبارة أخرى، فإن بين "منطق المفهوم العام" و"منطق مفهوم العلاقة" يتكرر في التفسيرات المختلفة التي طرحت لمفهوم العدد. ويرى كسيرر أن محاولة اشتقاق مفهوم العدد من مفهوم الفئة – إذا كانت قد نجحت – فإن الشكل التقليدي للمنطق – منطق التصور العام الأرسطي – لابد وأن يكون قد دعم بمصدر إثبات جديد. كما كان يلزم أن يصير ترتيب الأفراد في هرم من الأنواع (أو الفئات) – الأن كما كان من قبل – الهدف الحقيقي لكل معرفة بما فيها المعرفة العلمية الدقيقة.

لقد زعم كلا من فريجه ورسل أن الجدارة الحقة لمذهب الأعداد الأصلية تقوم في القول بأن العدد – هنا – لا يظهر باعتبار أنه خاصية للأشياء الفيزيقية، بل قد نظر إليه على أنه تقرير يتعلق بخصائص معينة في الفئات، وأن الموضوعات (الأشياء) – بما هي كذلك – لا تشكل – لأجل ذلك – أساس الأحكام العددية، بل الأخرى مفاهيم هذه الموضوعات.

وقد ذهب كسيرر إلى أن التعريف المطابق لأي عدد – أيا كان نوعه – لا ينشأ بفضل عزل "علامة" جزئية تنتمي إلى العدد كموضوع مثالي، بل يلزم أن يتضمن التعريف – إذا كان مطابقا – الموضوع بكل فرديته الخاصة به، وأن يحدد الأخيرة.

وتتحدد فردية أي قيمة عددية عندما يعطي موقعها (موضعها) في جملة نسق الأعداد والاستنباط الخاص بها. وتتحدد – بذلك – علاقتها بجميع أعضاء نطاق العدد. ومن البداية، فإن هذا الموضوع النسبي ينطوي – في داخله – على جميع الخواص الأخرى التي يمكن – دوما – أن تنسب إلى الأعداد الفردية. وذلك لأن جميع هذه الخواص تنتج منه وتتأسس عليه.

فالمبدأ العام الذي قد حكم جميع التحولات المنطقية لمفهوم العدد – في رأي كسيرر – هو القول بأن معنى العدد قد فهم – أولا وعلى نحو تام – عندما استطاع الفكر أن يحرر ذاته من البحث – في الخبرة – عن ملازم لكل تكوين من تكوينات العدد الجديدة. فالعدد – بمعناه الأكثر عمومية – يظهر ذاته باعتبار أنه تحدد ذهني مركب لا توجد له نسخة محسوسة مباشرة، في خواص الشيء الفيزيقي.

وقد أكد كسيرر أنه – في نطاق العدد – ليس في مقدور المرء ان يتكلم عن أعداد مفردة أو منعزلة. ذلك لأن ماهية العدد تكون – دائما – نسبية وليست مطلقة، فالعدد الفرد هو "موقع" مفرد في ترتيب نسقى عام. ولا يملك وجودا بذاته ولا واقعا متضمنا – ذاته. ويعرف معناه عن طريق الموقع الذي يشغله في جملة نسق الأعداد[36]. وهو يشير إلى أن عملية تحسيب Arthmetizing الرياضيات قد أحرزت تقدما متواصلا حتى صار علم الحساب النظام العلمي الرئيسي بحق[37].

لقد سعى كسيرر – في دراسته النقدية المتعمقة للرياضيات إلى إثبات مقولته الخاصة بأن العدد الترتيبي يسبق – من الناحية المنطقية – العدد الأصلي وأن الرياضيات تعرف بأنها علم الترتيب. وهكذا نرى كسيرر يقيم الأساس الابستمولوجي والمنطقي لإمكان العدد بخاصة، وإمكان الرياضيات بعامة على مسلمة التأليف الخلاق وهو الوظيفة الرئيسية للفهم الخالص. ويقصد بالنشاط التأليفي – هنا – عملية إنشاء العلاقات وتعنى الأخيرة إبداع أشكال من "الترتيب المتسلسل"، تكون

الأعداد الترتيبية التعبير الأول عنه. فالمثالية المنطقية الرياضية لدى كسيرر لا ترى إلا فعل التفكير ذاته، ويقوم الأخير في فعل وضع العلاقات.

ومن وجهة النظر هذه، لا تبدو الأعداد نتاجا للفكر الخالص فحسب، بل أنموذجا له وباعتبار أنها فعل التفكير الأولى والأصلى[38].

وقد تعرضت نظرية كسيرر في العدد الترتيبي لعدة انتقادات فقد رأى بعض الباحثين أنه من الخطأ الاعتقاد بإمكان استبدال مفاهيم الفئة (والمفهوم العام) بمبادئ الترتيب المتسلسل، وذلك استنادا إلى أن ترتيبا متسلسلا يفترض – مسبقا مجموعة من الكيانات (الموضوعات) التي يلزم أن ترتب سواء كانت الأخيرة واقعية أو متخيلة كالنقط، الألوان، درجات الحرارة والأعداد. ويؤكد هذا البعض من الباحثين أن المرء يستطيع أن يشير إلى هذه العناصر عن طريق المفاهيم بالمعنى التقليدي[39].

على حين رأى بعض الباحثين صواب نظرية كسيرر في "المفهوم بعامة" ومفهوم العدد بخاصة، فليس في مقدور – منطق المفهوم العام الذي ينعزل عن الموضوعات ويبقى شكلا فارغا مجردا، ولا المنطق الاستقرائي الذي يقيم مفاهيم الأعداد وعلاقاتها على طبيعة الانطباعات الحسية التي نتلقاها من العالم الخارجي، ولا المنطق السيكولوجي الذي يرى العمليات المنطقية على أنها ألوان حضور نفسية تخضع لضرورة – علية فيزيقية – نفسية – أن يؤسس معنى المفهوم ووظيفته المنطقية ولا العدد وقيمته الابستمولوجية. أما الاستنباط المنطقي للعدد من الفئة، فإنه – كما قد رأينا – يدور في نطاق منطق المفهوم العام التقليدي ولكن بألفاظ جديدة وشكل جديد. وقد هاجم بوانكاريه مزاعم المناطقة في شأن تأسيس الرياضيات كما هاجم بالمثل المفاهيم الرئيسية في نظرية الفئات، الأمر الذي أدى إلى نشأة أزمة في أسس الرياضيات – التي يتوقف مصير الرياضيات يتوقف على إيجاد حل لها[40].

من الواضح أن المحاولات المتنوعة لإيجاد أساس دقيق لنظرية الأعداد وتصنيفها من وجهة نظر موحدة قد أسفرت عن اتجاهين رئيسيين حسب نقطة البدء التي يتخذها العالم الرياضي و(فيلسوف الرياضيات) سواء من العدد الترتيبي أو العدد الأصلي. وقد نشأ خلاف بين علماء الرياضيات حول أي من الاتجاهين يكون له الأولوية والسبق في نشأة العدد. وقد بدت نظرية العدد الأصلي أكثر دعما استنادا إلى القول بأنها قد عزلت نفسها عن كل فحص سيكولوجي وحسي لأصل العدد. فهي لم تبدأ – كما يرى المؤيدون لها – بفعل العد، بل سعت إلى اشتقاق المفهوم الخالص للعدد عن طريق الرجوع إلى محتوى موضوعي خالص وهو مفهوم الفئة. فقد طرحت نظرية العدد الأصلي مفهوم الفئة بوصفه شرطا سابقا على مفهوم العدد، ونظرت إلى الفئات والعلاقات بينها باعتبار أنها الثوابت المنطقية التي يلزم اشتقاق كل محتوى نظرية الأعداد منها. وهكذا يمكن النظر إلى مفهوم العدد بوصفه مفهوم علاقة.

مراجع البحث

1. Kant, I, Critique of Pure reason, Translated and edited by Paul Guyer and Allen W. wood, Cambridge University press 1997, p. 137.
2. Ibid, p.81.
3. Ibid, pereface to the 2d.ed,1998
4. Cassirer –S.F., P.3.
5. Ibid
6. Goblot – Le systeme des Sciences, P. 180, ed. 1930

7. Cassirer – S.F., p. 20.
8. Cassirer-The prob. Of knowledge, vol. IV, p. 21
9. Cassirer – S.F., P.21
10. Ibid
11. Cassirer, E., The problem of knowledge, vol.1, translated by w.h.woglom and ch.handel, London, 1978, p.32.
12. Ibid, p55
13. Mill, System of logic, ed7, London, 1968, ch6, book2.
14. Mill, An Examination of sir William Hamiltons philosophy, London, p67.
15. Cassirer, E., The problem of knowledge, p.57.
16. Cassirer, E., Substance and Function and Einstiens theory of relativity, England, translated by Swabey, 1953, p.32.
17. Ibid, p33.
18. Ibid, p35
19. Dedekind, was sind und was sollen die zahlen? 1893, p.V111.
20. Russel, the principle of mathematics

London, 1938, part. 1, ch.9

21. Ibid, ch, 24, 25.
22. Ibid, part. 4, ch. 29.
23. Ibid, ch. 30.
24. Ibid, ch. 30, p.242.
25. Cassirer, E, "Kant und die modene Mathematic", Kant student, vol X11, P.34.
26. Dedekind, Ibid, p.54.
27. Cassirer, E., Substance and Function, p. 42.
28. Helmholtz-zahlen und messen, p.33
29. Russel, introduction to mathematical philosophy, 1940, pp.14,17
30. Ibid, p.52.
31. زكي نجيب محمود، برتراند رسل، سلسلة نوابغ الفكر الغربي، رقم 2، ص 56
32. Russel, the principle of mathematics, p.8.9.
33. Frge, die grundlagen der arithmetic, vol.1, 1884, p.68.139.
34. Cassirer, E., Substance and Function, p52.
35. Cassirer, E, An Essay on man, 1944, p.273
36. Cassirer, E., The problem of knowledge, p59.
37. Cassirer, E., Substance and Function, 402.

38. W.C.Swaby "Cassirer and Metaphysics", 1949, pp121,149.
39. Cassirer, E., The problem of Knowledge, P59.
40. Ibid